

ÁLGEBRA LINEAL

PROF. DR. FRANCISCO MARTÍNEZ PERÍA

CURSO DE GRADO PARA LA LIC. EN ASTRONOMÍA
2º AÑO, PRIMER CUATRIMESTRE

PROGRAMA

Características del curso. En esta materia, situada en el primer cuatrimestre del segundo año, se retoma el estudio del álgebra lineal iniciado en el curso de Álgebra de primer año. Se espera que el alumno adquiera los contenidos básicos relativos al estudio de transformaciones lineales entre espacios vectoriales de dimensión finita: análisis de autovalores, transformaciones triangulables y diagonalizables, formas canónicas, etc.

El único prerrequisito para la cursada es haber aprobado previamente los trabajos prácticos de Álgebra. De la misma manera, para rendir el examen final del curso es necesario haber aprobado antes el examen final de Álgebra.

Objetivos. Los contenidos mínimos según el plan de estudios vigente son:

1. Autovalores y autovectores. Diagonalización.
2. Forma canónica de Jordan.
3. Formas lineales y bilineales. Dualidad.
4. Espacios con producto interno. Teorema espectral.
5. Nociones de álgebra multilineal. Tensores.

Modalidad del curso y contenidos. El curso constará de seis horas semanales de clases teóricas y seis horas semanales de clases prácticas. La duración del curso será de 16 semanas. La acreditación de los trabajos prácticos se logrará mediante la aprobación de dos exámenes parciales (con dos instancias de recuperación cada uno) y el curso se acreditará con la aprobación del correspondiente examen final.

1. ESPACIOS VECTORIALES

Espacios vectoriales sobre un cuerpo arbitrario \mathbb{K} . Subespacios. Bases y dimensión. Coordenadas con respecto a una base. Matrices cambio de base.

2. TRANSFORMACIONES LINEALES

Transformaciones lineales. Propiedad universal de una base de un espacio vectorial. El conjunto de las transformaciones lineales $L(V, W)$ como espacio vectorial y como \mathbb{K} -álgebra. Dimensión de $L(V, W)$. Isomorfismos. Matrices asociadas a una transformación lineal.

3. EL ÁLGEBRA LINEAL DE POLINOMIOS

Interpolación de Lagrange. Ideales de polinomios. Factorización prima de polinomios.

4. FORMAS CANÓNICAS ELEMENTALES

Autovalores y autovectores. Polinomio característico. Subespacios independientes. Subespacios invariantes. Sumas directas invariantes. Proyecciones y operadores diagonales. Ideal de polinomios anuladores y polinomio minimal. Teorema de la Descomposición Prima. Espacio cociente. Operadores nilpotentes y subespacios cíclicos. Teorema de la Descomposición Cíclica. Forma canónica de Jordan.

5. DUALIDAD

Funcionales lineales. Bases duales. Subespacio anulador. El doble dual y el isomorfismo $V \rightarrow V^{**}$. Transpuesta de una transformación lineal.

6. ESPACIOS CON PRODUCTO INTERNO

Espacios con producto interno. Norma y distancia. Ortogonalidad. Teorema de Gram-Schmidt. Funcionales lineales y el Teorema de Representación de Riesz. La transformación adjunta. Isometrías e isomorfismos isométricos. Operadores normales, autoadjuntos y unitarios. Diagonalización. Teorema espectral.

7. FORMAS BILINEALES

Formas bilineales y cuadráticas, matrices asociadas a una forma bilineal. Formas bilineales simétricas y antisimétricas. Formas bilineales simétricas reales. Formas hermitianas.

8. ÁLGEBRA TENSORIAL

Producto tensorial de dos espacios vectoriales, definición y ejemplos. Productos tensoriales iterados. Propiedades del producto tensorial. El álgebra tensorial de un espacio vectorial. Coordenadas con respecto a una base y cambio de coordenadas. Tensores covariantes y contravariantes.

9. GRUPOS DE MATRICES

El grupo $SU(2)$ y la superficie S^3 . Grupos que preservan formas bilineales, ejemplos y propiedades básicas.

REFERENCIAS

- [1] S. Axler, *Linear Algebra Done Right*, Third Edition, Springer, 2015.
- [2] E. Gentile, *Espacios vectoriales*, Functor, Buenos Aires, 1968.
- [3] T. Hawkins, *Cauchy and the spectral theory of matrices*, Historia Mathematica 2 (1975), 1–29.
- [4] K. Hoffman, R. Kunze, *Álgebra Lineal*, Prentice-Hall Interamericana, México, 1973.
- [5] G. Jeronimo, J. Sabia y S. Tesauri, *Álgebra lineal*, Departamento de Matemática, FCEyN–UBA, http://mate.dm.uba.ar/~jeronimo/algebra_lineal/.
- [6] S. Lang, *Linear Algebra*, Addison-Wesley series in Mathematics, Addison-Wesley, Reading, 1966.
- [7] S. Lipschutz, *Schaum's Outline of Theory and Problems of LINEAR ALGEBRA*, Second Edition, McGraw-Hill, New York, 1991.
- [8] F. Martínez Pería y Noelia B. Ríos, *Apuntes de Álgebra Lineal*, Departamento de Matemática, FCEX–UNLP, <https://www.mate.unlp.edu.ar/?s=cur2&c=45>.
- [9] K. Nomizu, *Fundamentals of Linear Algebra*, McGraw-Hill, New York, 1966.
- [10] L. A. Santaló, *Vectores y tensores con sus aplicaciones*, Octava Edición, Eudeba, Buenos Aires, 1970.
- [11] E. B. Vinberg, *A course in Algebra*, Graduate Studies in Mathematics vol. 56, Amer. Math. Soc., Providence, 2003.