

**ANÁLISIS MATEMÁTICO I (2022)**  
**(FHOM)**  
**TRABAJO PRÁCTICO 4 (Parte 1)**

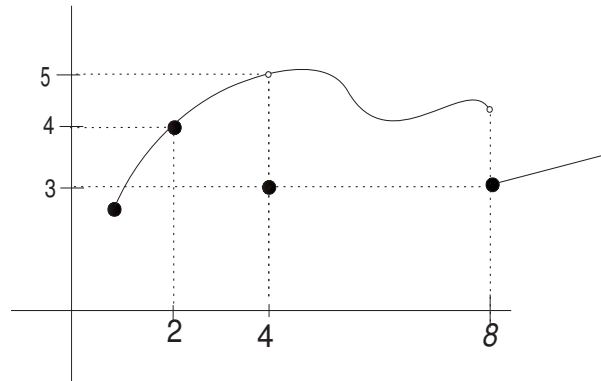
**Ejercicio 1.** a) Sea  $f(x) = \arccos(3x)$ ,

- i) Hallar el dominio de  $f$ .
- ii) Cuál es el valor de  $f\left(\frac{1}{3}\right)$  y  $f\left(-\frac{1}{3}\right)$ ?
- iii) Realizar un gráfico aproximado de  $f$ .

b) Sea  $g(x) = -2 \arctan(x)$ ,

- i) Hallar el dominio de  $g$ .
- ii) Cuál es el valor de  $g(1)$  y  $g(-1)$ ?
- iii) Realizar un gráfico aproximado de  $g$ .

**Ejercicio 2.** Dada la función  $f$  determinada por la siguiente gráfica:



Indicar los siguientes valores:

- a)  $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ ,  $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$ ,  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ ,  $f(2)$
- b)  $\lim_{x \rightarrow 4^+} f(x)$ ,  $\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x)$ ,  $\lim_{x \rightarrow 4} f(x)$ ,  $f(4)$
- c)  $\lim_{x \rightarrow 8^+} f(x)$ ,  $\lim_{x \rightarrow 8^-} f(x)$ ,  $\lim_{x \rightarrow 8} f(x)$ ,  $f(8)$

¿Qué puede observar comparando el valor que toma  $f$  en  $x = 2$  y en  $x = 4$ , con el valor del límite en cada uno de estos puntos?

**Ejercicio 3.** Grafique y use la gráfica para hallar  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ :

a)  $f(x) = x^2 + 1,$

b)  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & \text{si } x \neq 1 \\ 3 & \text{si } x = 1 \end{cases}$

**Ejercicio 4.** Hallar, si existen, los siguientes límites justificando la respuesta:

a)  $\lim_{x \rightarrow 1} 3x^3 - 2x^2 + 4$

e)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 3x - 1}{x^4 + 6x^2 + 5}$

i)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - x - 6}{x^2 - 2x - 3}$

b)  $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{2}{x + 2}$

f)  $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x - 2}{x - 3}$

j)  $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{\sqrt{x} - 3}{x - 9}$

c)  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{|x - 1|}{x - 1}$

g)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x - 2}{x - 3}$

k)  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2 - \sqrt{x}}{x^2 - 5x + 4}$

d)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{|x - 1|}{x - 1}$

h)  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2 - a^2}{x - a}$

l)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - 1)^2}{\sqrt{x + 3} - 2}$

Determinar si las funciones de los incisos c) , f) y h) poseen asíntota vertical y, en caso afirmativo, dar la ecuación de la misma.

En algunos incisos del Ejercicio 5 puede ser útil usar las siguientes propiedades que se verán en la teoría:

- $\lim_{x \rightarrow x_0} f(ax + b) = L \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow ax_0 + b} f(x) = L$
- $\lim_{x \rightarrow 0} f(x^2) = L \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = L$
- $\lim_{x \rightarrow 0} f(-x^2) = L \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = L$

**Ejercicio 5.** Hallar los siguientes límites:

a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen}(2x)}{x}$

d)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \text{sen } x}{\text{sen}(x^2)}$

g)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen}(9x)}{\text{sen}(7x)}$

b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen}(x^2)}{x}$

e)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{\text{sen } x}$

h)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(-3x)}{2x}$

c)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen}(\pi - x)}{x}$

f)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$

i)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen}(x)}{3x^2 + 2x}$

*\*Ayuda: Recordar  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen}(x)}{x} = 1$  y  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(x)}{x} = 0$ .*

**Ejercicio 6.** Calcular, si existen, los siguientes límites:

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\text{sen}(x) - \cos(x)}{1 - \tan(x)}$$

$$\text{b) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{cotan}(x)}{x}$$

**Ejercicio 7.** Hallar los siguientes límites utilizando los datos dados. Justificar.

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - 2}{f(x) - g(x)}, \text{ sabiendo que } \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 5 \text{ y } \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = -2.$$

$$\text{b) } \lim_{x \rightarrow -2} \frac{f(x)}{x}, \text{ sabiendo que } \lim_{x \rightarrow -2} \frac{f(x)}{x^2} = 1.$$

**Ejercicio 8.** Teniendo en cuenta las propiedades de límites, responder las siguientes preguntas. Justificar la respuesta.

$$\text{a) Si no existen } \lim_{x \rightarrow a} f(x) \text{ y } \lim_{x \rightarrow a} g(x), \text{ ¿puede existir } \lim_{x \rightarrow a} (f(x) + g(x))?$$

$$\text{b) Si existen } \lim_{x \rightarrow a} f(x) \text{ y } \lim_{x \rightarrow a} (f(x) + g(x)), \text{ ¿debe existir } \lim_{x \rightarrow a} g(x)?$$

$$\text{c) Si existe } \lim_{x \rightarrow a} f(x) \text{ y no existe } \lim_{x \rightarrow a} g(x), \text{ ¿puede existir } \lim_{x \rightarrow a} (f(x) + g(x))?$$

$$\text{d) Si existen } \lim_{x \rightarrow a} f(x) \text{ y } \lim_{x \rightarrow a} (f(x) \cdot g(x)), \text{ ¿se puede asegurar que existe } \lim_{x \rightarrow a} g(x)?$$

**Ejercicio 9.** Dar expresiones de funciones  $f$  y puntos  $x_0$  tales que

$$\text{a) } f \text{ está definida en } x_0, \text{ existe } \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \text{ y } \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$$

$$\text{b) } f \text{ está definida en } x_0, \text{ existe } \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \text{ y } \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \neq f(x_0)$$

$$\text{c) } f \text{ no está definida en } x_0 \text{ y existe } \lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$$

$$\text{d) } f \text{ está definida en } x_0 \text{ y no existe } \lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$$

**Ejercicio 10.** Calcular los siguientes límites usando el Teorema del sandwich:

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow 0} x \text{ sen } \left( \frac{1}{x} \right)$$

$$\text{b) } \lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - 4) \cos \left( \frac{1}{x - 2} \right)$$

$$\text{c) } \lim_{x \rightarrow 5^+} (x - 5)^2 \text{ sen } \left( \frac{1}{\sqrt{x - 5}} \right)$$

**Ejercicio 11.** Calcule los siguientes límites:

a)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 \frac{1}{x}$

c)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \frac{1}{x^2}$

b)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \frac{1}{x}$

e) Qué se puede decir del  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)g(x)$  cuando  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$  y  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$ ?

**Ejercicio 12.** a) Hallar

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{3x^4 + 4x^3}{x^6 - 7x^{4/3} + 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow \mp\infty} \frac{14x^5 - 12x^2 + 4}{2x^4 - 13x + 4}$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x^3 + 3x^2 - 2}{3x^3 - 12x + 2}$$

Determinar en qué casos existen asíntotas horizontales.

b) Dados dos polinomios  $p(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_mx^m$  y  $q(x) = b_0 + b_1x + \dots + b_nx^n$  de grados  $m$  y  $n$  respectivamente, analizar el comportamiento de la función racional  $\frac{p(x)}{q(x)}$  cuando  $x \rightarrow +\infty$  si  $m > n$ ,  $m = n$  y  $m < n$ .

**Ejercicio 13.** Calcular los siguientes límites

a)  $\lim_{x \rightarrow \mp\infty} \frac{|3x^3 + x|}{3 - 2x^2}$

b)  $\lim_{x \rightarrow \mp\infty} \frac{\sqrt{x^4 + 1}}{x^2 + x}$

**Ejercicio 14.** a) Calcular  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^2}(\sin x - 2)$

b) Utilizando la propiedad de compresión demostrar que  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)g(x) = 0$  si  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$  y  $g(x)$  es una función acotada.

**Ejercicio 15.** Algunos límites más para calcular

a)  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos(x)}{x - \frac{\pi}{2}}$

b)  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^2 + 2x - 3) \operatorname{sen}(x + 1)}{x^2 - 1}$

c)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\arctan(x)}{x}$

c)  $\lim_{x \rightarrow \mp\infty} \frac{x^2 + \sqrt{x^8 + x^3}}{x^3 - x + 1}$