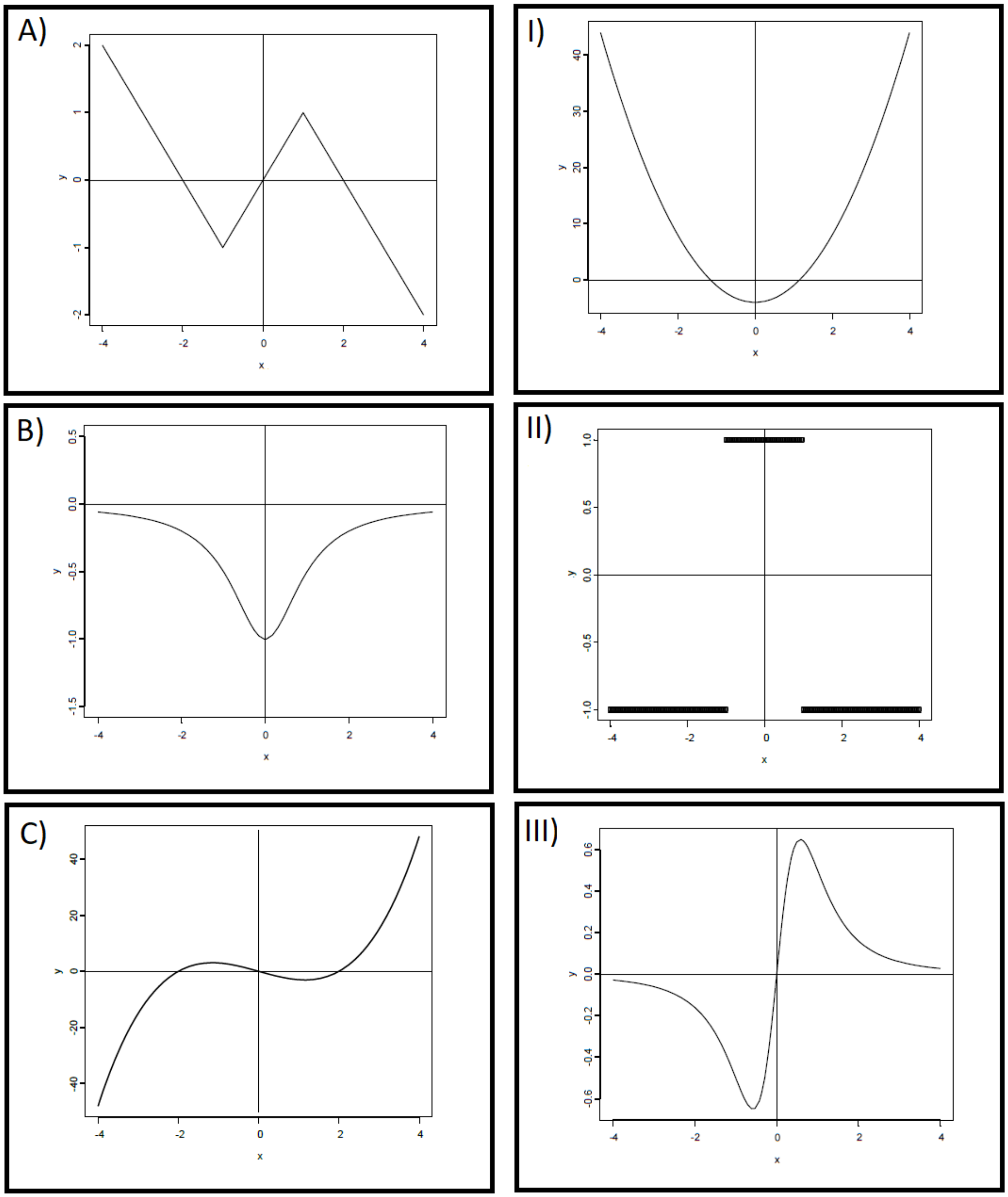
ANÁLISIS MATEMÁTICO I (2022)
(FHOM)

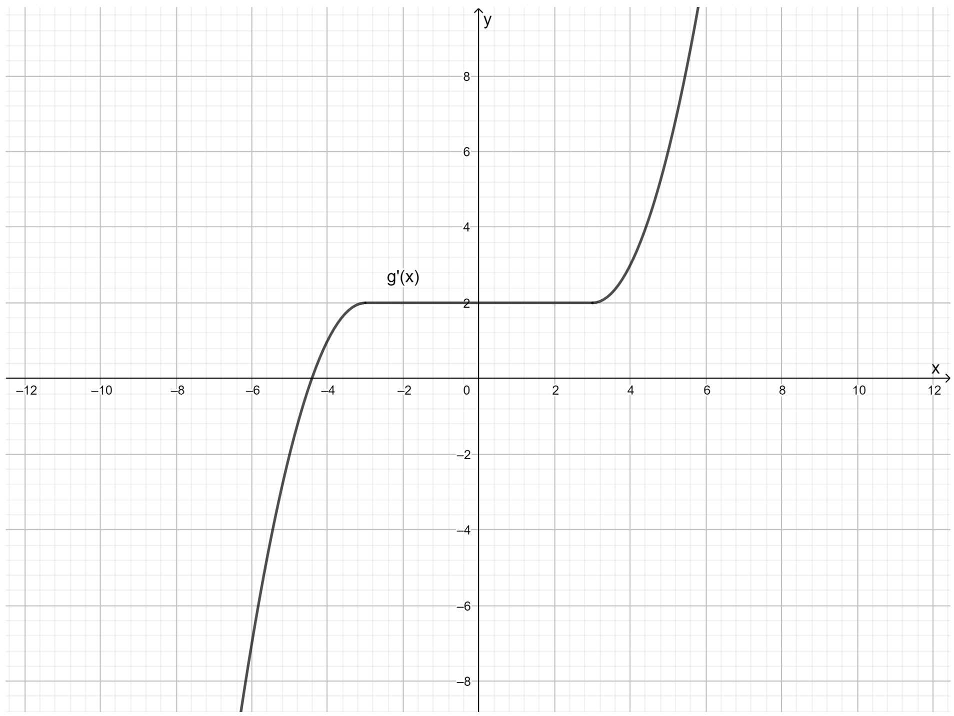
TRABAJO PRÁCTICO 8: Análisis de funciones

Estudio y gráfico de funciones.

Ejercicio 1. Para las funciones de la columna de la izquierda, identificar los gráficos de sus funciones derivadas, que se encuentran en la columna de la derecha.



Ejercicio 2. A partir de la gráfica de la derivada, proponer la gráfica de la función g tal que $g(0) = 0$.



Ejercicio 3. Graficar las siguientes funciones explicitando en cada caso, si es posible:

- Dominio. Puntos de discontinuidad y su clasificación. Intersecciones con los ejes coordenados.
- Puntos críticos. Máximos y mínimos, locales y absolutos.
- Regiones de crecimiento y de decrecimiento.
- Comportamiento de la función cuando $x \to +\infty$ y $x \to -\infty$, indicando si tiene asíntotas horizontales.
- Valores de x en los cuales la función tiende a $+\infty$ o a $-\infty$, a izquierda o a derecha (asíntotas verticales).
- Regiones de concavidad. Puntos de inflexión.
- Puede hacer uso de la paridad, imparidad o periodicidad para simplificar el análisis.

a) $f(x) = \dfrac{x}{x^3 + 1}$

b) $f(x) = 2x + 3x^{\frac{2}{3}}$. ¿Existe $f'(0)$ ¿Cómo se refleja ésto en la gráfica?

c) $f(x) = |2x + 3x^{\frac{2}{3}}|$. Utilizar la información del inciso anterior. ¿Existe $f'(-27/8)$?

d) $f(x) = \arctan\left(\sqrt{(x^2 - 4)}\right)$

e) $f(x) = x\ln(x)$

f) $f(x) = xe^{-x^2}$

g) $f(x) = \dfrac{x}{\ln(x)}$

h) $f(x) = \ln(x^2 - 9)$

Ejercicio 4. Para cada inciso dibujar la gráfica de una función continua que satisfaga simultaneamente las siguientes condiciones:

a) el dominio de f es $[-2,5]$, $f(-2) = 5$, $f(2) = 2$, $f(5) = 0$, $f'(x) < 0$ cuando $x \in (-2,0) \cup (2,5)$, $f'(x) > 0$ si $x \in (0,2)$, $f'(0)$ no existe y $f'(2) = 0$.

b) el dominio de g es $\mathbb{R}$, $g(0) = 0$, $g(3) = 4$, $g'(x) = -1$ para todo $x < 0$, $g'(0)$ no existe, $g'(x) > 0$ para todo $x \in (0,3)$, $g'(3) = 0$ y $g'(x) < 0$ para todo $x \in (3,+\infty)$.

Ejercicio 5.

a) Demostrar que $\dfrac{x-1}{x} < \ln(x) < x - 1$ si $x > 1$.

b) Demostrar que $\tan(x) > x$ en $(-\pi/2, 0)$ y $\tan(x) < x$ en $(0, \pi/2)$

Ejercicios adicionales

Ejercicio 6. Realizar el análisis completo y graficar las siguientes funciones.

a) $f(x) = \dfrac{x^3}{x^2 - 4}$

b) $f(x) = \operatorname{sen}(x) + \cos(x)$

c) $f(x) = x + \cos(x)$

d) $f(x) = \sinh(x)$

e) $f(x) = \cosh(x)$

f) $f(x) = e^{\arctan(x)}$

g) $f(x) = \ln(x^2 + 1)$

h) $f(x) = xe^{-x^2}$

i) $f(x) = \dfrac{x^2}{(x+1)^{\frac{1}{2}}}$

j) $f(x) = xe^{\frac{1}{x}}$

k) $f(x) = e^x(x - 2)$

l) $f(x) = \ln(4 - x^2)$