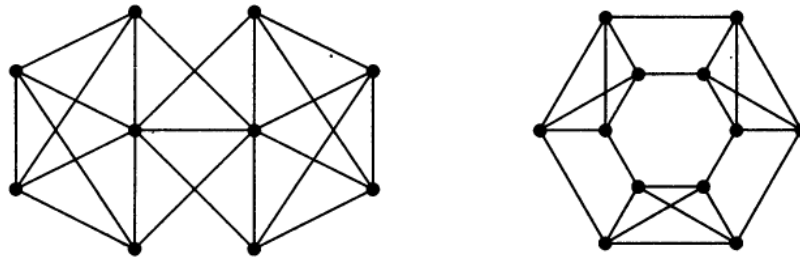


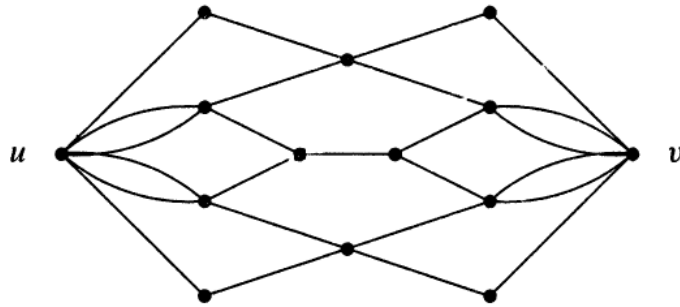
Teoría de Grafos 2023. Práctica 9. Conectividad.

1. Dar un contraejemplo de la siguiente afirmación, agregar una hipótesis para que se vuelva cierta y dar una prueba de esta versión corregida: si e es una arista de corte de G , entonces al menos un extremo de e es vértice de corte del grafo.
2. Sea G un grafo no completo de n vértices. Para $k < n$, probar que si G no es k -conexo entonces G posee un conjunto separador de tamaño $k - 1$.
3. Hallar $k(G)$, $k'(G)$ y $\delta(G)$ para los siguientes grafos.



4. Hallar un grafo simple 3-regular G tal que a) $k(G) = 1$, b) $k(G) = 2$, c) $k(G) = 3$, d) $k'(G) = 1$, e) $k'(G) = 2$, f) $k'(G) = 3$
5. Sea G un grafo conexo con al menos tres vértices, y sea G' el grafo obtenido de él agregando las aristas de la forma xy , con $d_G(x, y) = 2$. Probar que G' es 2-conexo.
6. Probar que $k(G) = k'(G)$ para todo grafo simple G tal que $\Delta(G) \leq 3$.
7. Sea G un grafo conexo tal que, para toda arista e de G , existen dos ciclos C_1 y C_2 en G que contienen a e y esta es la única arista en común de ellos. Probar que G es 3-arista conexo.
8. Sea F un conjunto de aristas de un grafo G . Probar que F es un corte si y sólo si posee una cantidad par de aristas de todo ciclo del grafo.
9. Probar que la diferencia simétrica de dos cortes por aristas de un grafo G es también un corte.

10. Probar que un grafo conexo es k -arista-conexo si y sólo si cada uno de sus bloques es k -arista-conexo.
11. Hallar $k(u, v)$ y $k'(u, v)$. Confirmar las respuestas usando el Teorema de Menger.



12. Probar o dar un contraejemplo: si P es un uv -camino en un grafo 2-conexo G , entonces existe un uv -camino Q que es internamente disjunto con P .
13. Probar que un grafo G con al menos cuatro vértices es 2-conexo si y sólo si, para todo par X, Y de conjuntos disjuntos de al menos dos vértices, existen dos caminos P_1 y P_2 disjuntos (tampoco pueden compartir extremos) con un extremo en X , el otro en Y y todo vértice interno fuera de estos conjuntos.