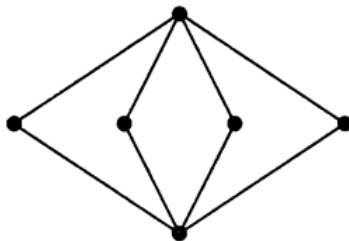


## Teoría de Grafos 2023. Práctica 4. Circuitos eulerianos.

1. Determinar los valores de  $m$  y  $n$  para los que el grafo bipartito completo  $K_{m,n}$  sea euleriano.
2. Determinar si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas:
  - Todo grafo bipartito euleriano tiene un número par de aristas.
  - Todo grafo simple conexo y euleriano con un número par de vértices tiene un número par de aristas.
  - Si  $G$  es euleriano y  $v$  es un vértice de  $G$ , entonces para cualquier par de aristas  $e$  y  $f$  que inciden en  $v$  existe un circuito euleriano en el cual  $e$  y  $f$  aparecen consecutivamente.
3. (a) Sea  $G$  un grafo con conjunto de aristas no vacío y tal que todos sus vértices son de grado par. Probar que  $G$  posee un ciclo.  
(b) Probar que un grafo conexo es euleriano si y sólo si puede expresarse como una unión  $C_1 \cup \dots \cup C_n$  de ciclos que no comparten aristas.
4. Dos circuitos eulerianos se dicen equivalentes si tienen el mismo orden cíclico de sus aristas (para toda arista, sus aristas vecinas son las mismas en ambos circuitos). Un ciclo, por ejemplo, tiene una única clase de equivalencia de circuitos eulerianos ¿Cuántas clases de equivalencia de circuitos eulerianos hay en el siguiente grafo?



5. ¿Cuál es el mínimo número  $k$  de cadenas que se necesitan para descomponer al grafo de Petersen? ¿Puede descomponerse también en  $k$  cadenas que sean caminos?
6. Resolver el problema del cartero chino en el grafo de los puentes de Königsberg.