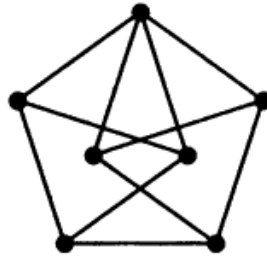
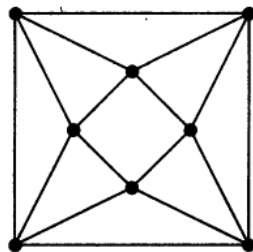


Teoría de Grafos 2023. Práctica 10. Coloreo.

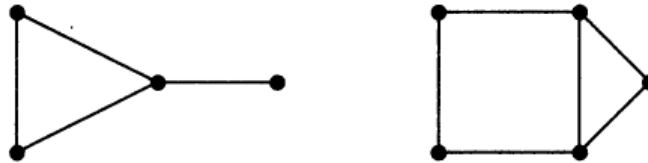
1. Hallar el número clique, el número de independencia y el número cromático del siguiente grafo. ¿Es crítico?



2. Probar o mostrar un contraejemplo: todo grafo con número cromático k posee un k -coloreo en el cual alguna clase de color posee $\alpha(G)$ vértices.
3. Probar o mostrar un contraejemplo: si G es conexo, entonces $\chi(G) \leq 1 + a(G)$, donde $a(G)$ es el promedio de los grados de los vértices.
4. Sea G un grafo tal que cualesquiera dos ciclos impares suyos tienen al menos un vértice en común. Probar que $\chi(G) \leq 5$.
5. Supongamos que toda arista de un grafo G aparece en a lo sumo un ciclo. Probar que todo bloque de G es una arista, un ciclo o un vértice aislado. Usar esto para demostrar que $\chi(G) \leq 3$.
6. Dados conjuntos finitos S_1, \dots, S_m , se define el grafo G cuyo conjunto de vértices es $S_1 \times \dots \times S_m$, siendo dos elementos adyacentes si y sólo si no coinciden en ninguna coordenada. Hallar el número cromático de G .
7. Para el grafo de abajo, hallar $\chi(G)$ y dar un subgrafo $\chi(G)$ -crítico.



8. Probar que todo grafo posee un ordenamiento de sus vértices tal que el algoritmo de coloreo visto en la teoría produce un coloreo con $\chi(G)$ colores.
9. Dado un coloreo óptimo de un grafo, probar que para toda clase de color existe un vértice en ella que es adyacente a al menos un vértice de toda otra clase de color.
10. Hallar el polinomio cromático de los siguientes grafos



11. Probar que el polinomio cromático de C_n es $(k - 1)^n + (-1)^n(k - 1)$.
12. Probar que la suma de los coeficientes del polinomio cromático de un grafo es 0 a menos que el grafo no posea aristas.
13. Hallar $\chi'(G)$ para los siguientes grafos.



14. Se tienen dos círculos concéntricos divididos en 20 sectores de 18° . En cada uno de los discos, 10 sectores se pintan de rojo y 10 se pintan de azul, siguiendo un orden cualquiera. Probar que ambos discos pueden alinearse de modo que al menos 10 sectores del círculo interno coinciden en color con los correspondientes sectores del disco externo.