ANÁLISIS MATEMÁTICO II - Grupo Ciencias

2022

Práctica 2 - Primera Parte

Funciones de varias variables

A. Mapas de contorno y gráficas de funciones

1. Describir y graficar el dominio de definición para cada una de las siguientes funciones:

$$(a)\quad f(x,y)=\ln(16-x^2-y^2)(x^2+y^2-4) \qquad (b)\ f(x,y)=\sqrt{6-(2x+3y)}$$

$$(c)\quad f(x,y)=\frac{1}{\sqrt{1-x^2-y^2}}+\sqrt{y-x^2} \qquad (d)\ f(x,y)=\frac{1}{x}$$

$$(e)\quad f(x,y)=\ln(1-y+x^2)\operatorname{sen}x \qquad (f)f(x,y)=\int_x^y\frac{1}{1+t^2}dt$$

$$(g)\quad f(x,y)=\cos x\sqrt{1-x^2+y^2} \qquad (h)f(x,y)=\frac{\operatorname{sen}(x^2y)}{\ln(1-x^2)}$$

2. Reconocer y graficar las superficies de $\mathbb{R}^3$ representadas por las siguientes ecuaciones y determinar cuáles de estas superficies son la gráfica de una función $z=f(x,y)$. Pueden utilizar el GeoGebra para graficarlas.

$$(a)\quad z=2x^2+y^2 \qquad (b)z^2=1-x^2-\frac{y^2}{2}$$

$$(c)\quad z=\frac{1}{x^2+y^2} \qquad (d)3x+2y-z=0$$

$$(e)\quad z^2=\frac{x^2}{2}-\frac{y^2}{3}-2 \qquad (f)6x^2+y^2-z^2=1$$

$$(g)\quad x^2+y^2=4z^2$$

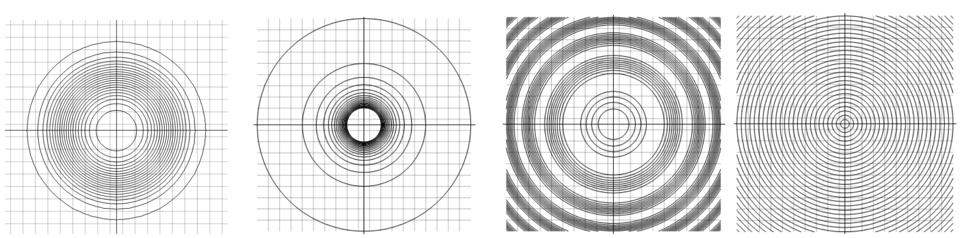
3. En cada caso graficar 4 curvas de nivel comenzando en el $f(x,y)=c_0$ y con el Δf indicados.

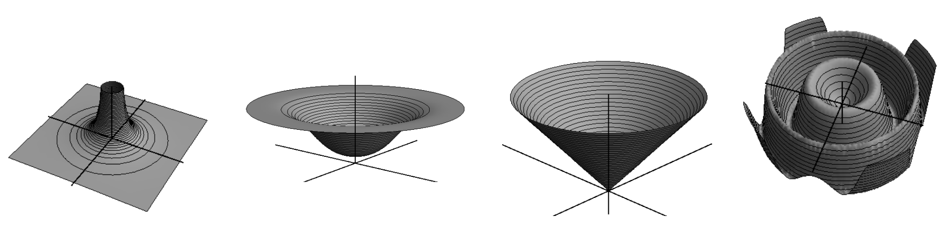
   (a) $f(x,y)=y-x$, $c_0=-3$, $\Delta f=1$.
   En este caso, las curvas de nivel corresponden a $c_0=-3$, $c_1=c_0+\Delta f=-2$, $c_2=c_1+\Delta f=-1$ y $c_3=c_2+\Delta f=0$.

   (b) $g(x,y)=y+x^2$, $c_0=-2$, $\Delta g=1$

   (c) $w(x,y)=\ln(x+y)$, $c_0=1.5$, $\Delta w=-0.5$

4. Asociar cada mapa de contorno con la gráfica de la función correspondiente.





5. En cada caso graficar 3 superficies de nivel comenzando en el $f(x,y,z)=c_0$ y con el Δf indicados.

(a) $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2$, $c_0 = 0$, $\Delta f = 2$

(b) $g(x,y,z) = x + y + z$, $c_0 = 6$, $\Delta g = -1$

6. Considerar que la temperatura medida en ^oC en cierta región del plano está dada por la función $T(x,y) = \dfrac{1}{x^2+y^2}$ y que una partícula puntual se encuentra en el punto $\left(1, \sqrt{3}\right)$.

   (a) ¿Cuál es la temperatura a la que se encuentra la partícula?

   (b) Hallar y graficar el conjunto de puntos del plano que se encuentran a la misma temperatura que la partícula.

7. Decidir cuáles de los siguientes puntos pertenecen a la curva de nivel 0 de la función $f(x,y) = e^{xy} - x^2$,

$$(1,0) \qquad (0,2) \qquad (-1,0) \qquad (1,1)$$

8. Considerar una función $f(x,y)$ y dos constantes c_1 y c_2 distintas. ¿Es posible que las curvas de nivel $f(x,y) = c_1$ y $f(x,y) = c_2$ tengan algún punto en común?

9. Para distintos valores de u graficar aproximadamente el conjunto $\{(x,y,z)/f(x,y,z) = u\}$. En otras palabras, determinar las distintas superficies de nivel.

$$\begin{array}{llll} (a) & f(x,y,z) = x+y+z & (b) & f(x,y,z) = x^2+y^2-z^2 \\ (c) & f(x,y,z) = x^2+y^2+z^2 & (d) & f(x,y,z) = x^2+2y^2 \end{array}$$