

Análisis Matemático I (1er cuatrimestre 2024)
Física Médica

TRABAJO PRÁCTICO 2

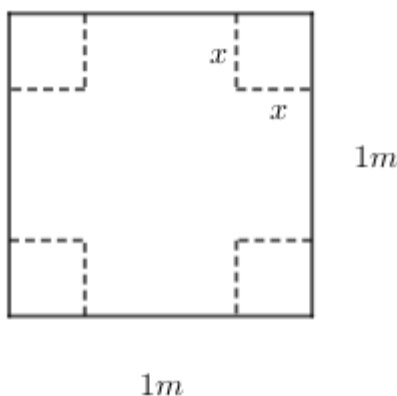
Ejercicio 1. Encontrar una expresión para las siguientes funciones indicando el dominio de las mismas.

- a) El perímetro p de un cuadrado como función de la longitud l del lado.
- b) El costo p de l lámparas si cada una cuesta 4 pesos. ¿Qué diferencia hay entre esta función y la del inciso anterior?
- c) El área de un triángulo equilátero como función de la longitud x de un lado. Lo mismo para el perímetro.
- d) La longitud de un lado de un cuadrado como función de la longitud d de la diagonal.

Ejercicio 2. Se sabe que cierto gallinero rectangular tiene un perímetro de 30 m.

- a) Expresar el área del gallinero en función de su ancho.
- b) Si se sabe que el ancho es de 6 m, averiguar el área del gallinero.
- c) ¿Cuál es el ancho si se sabe que el área es de 44 m²? ¿Puede ser el área de 60 m²?
- d) Hallar el rango de posibles anchos del gallinero, es decir, el dominio de la función que determina el área de acuerdo a su ancho.

Ejercicio 3. Con un cuadrado de cartón de 1 metro de lado se desea construir una caja de base cuadrada (sin tapa) cortando cuadrados de las esquinas y doblando los lados hacia arriba (ver figura). Expresar el volumen de la caja en función de la altura. Indicar el dominio de la función.



Ejercicio 4. Determinar el dominio natural de las siguientes funciones:

a) $f(x) = \frac{x+4}{x^3-x}$ b) $f(v) = \sqrt{\frac{v+1}{v}}$ c) $h(x) = \sqrt{x^2+2x-3}$

Ejercicio 5. Dadas las siguientes funciones, calcular $f \circ g$ y $g \circ f$ indicando sus dominios.

a) $f(x) = x+3$ y $g(x) = \frac{1}{4x-2}$

b) $f(x) = \frac{1}{x}$ y $g(x) = \frac{1}{x}$

c) $f(x) = x^2$ y $g(x) = \sqrt{x}$

d) $f(x) = x^2 - x - 6$ y $g(x) = \sqrt{x}$

Ejercicio 6. Estudiar cuáles de las siguientes igualdades son ciertas y, cuando no lo sean, dar una contraejemplo.

Supongamos que f, g y h son funciones definidas en \mathbb{R} .

a) $f \circ (g+h) = f \circ g + f \circ h$.

b) $(g+h) \circ f = g \circ f + h \circ f$.

c) $\frac{1}{f \circ g} = \frac{1}{f} \circ g$.

d) $\frac{1}{f \circ g} = f \circ \frac{1}{g}$.

Ejercicio 7. Resolver las siguientes ecuaciones utilizando propiedades de las funciones logaritmo y exponencial:

a) $e^{x+7} = 4$

b) $\ln(x-1) = 3$

c) $e^{x+2} = 3e^{-x}$

d) $\ln(x^2+x) - \ln(x) = \ln(5)$

Ejercicio 8. Determinar, si existen, los valores de x tales que:

a) $\operatorname{sen}\left(4x + \frac{\pi}{3}\right) = 1$

b) $\operatorname{sen}\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

c) $\cos(x - \pi) = \frac{1}{2}$

d) $\cos\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Ejercicio 9. Determinar el dominio natural de las siguientes funciones:

a) $s(x) = e^{\frac{x}{x+1}}$

d) $r(u) = \ln(u^2 - 3)$

b) $f(x) = \frac{x+1}{\cos(x) - 1}$

e) $f(x) = \frac{x}{\ln(x)}$

c) $g(t) = \frac{1}{\cos(t) - \sin(t)}$

f) $h(t) = \tan(2t)$

Ejercicio 10. Se definen las siguientes funciones:

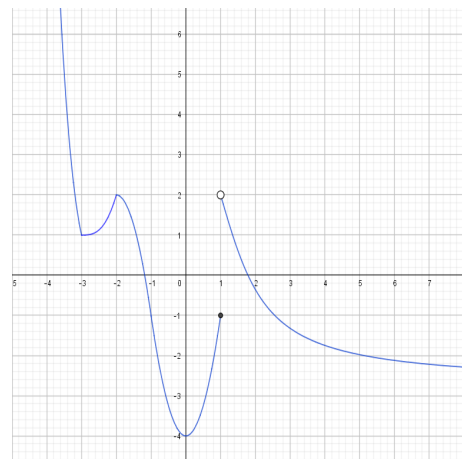
a) *Seno hiperbólico:* $\sinh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$

b) *Coseno hiperbólico:* $\cosh(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$

Mostrar que $\cosh^2(x) - \sinh^2(x) = 1$.

Ejercicio 11. A partir del siguiente gráfico, responder:

- ¿En qué intervalos es creciente la función?
- ¿En qué intervalos es decreciente la función?
- ¿La función tiene máximos o mínimos locales? ¿Dónde los alcanza?
- ¿La función posee extremos absolutos? ¿Dónde los alcanza?



Anexo: Tabla con valores de las funciones trigonométricas para determinados ángulos

	I cuadrante					II cuadrante				III cuadrante				IV cuadrante		
x	0° 360°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°	210°	225°	240°	270°	300°	315°	330°
	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{7\pi}{4}$	$\frac{11\pi}{6}$
$\text{sen } x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$
$\text{cos } x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\text{tg } x$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	-	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	-	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$