

**Análisis Matemático I (1er cuatrimestre 2024)**  
**Física Médica**

**TRABAJO PRÁCTICO 1**

**Ejercicio 1.** Determinar si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Demostrar aquellas que sean verdaderas o dar un contraejemplo <sup>1</sup> para aquellas que sean falsas.

- a) Si  $a$  es un número real, entonces  $a^2 > 0$ .
- b) Si  $x \leq -5$ , entonces  $x - 2 \leq -7$ .
- c) Si  $x$  es un número real, entonces  $-x$  es negativo.
- d) Si  $x > 0$ , entonces  $x < x^2$ .

**Ejercicio 2.** a) Determinar si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas, justificando la elección:

I)  $\frac{3 + 2a}{5 + a} = \frac{3 + 2a}{5 + a} = \frac{3 + 2}{5} = \frac{5}{5} = 1$

II) Para  $b \neq -4$  y  $b \neq 0$ ,  $\frac{2b}{4b + b^2} = \frac{2b}{b(4 + b)} = \frac{2\cancel{b}}{\cancel{b}(4 + b)} = \frac{2}{4 + b}$

III)  $\frac{2x + 3x^2 - 1}{x} = \frac{2x + 3x^2 - 1}{x} = 2 + 3x^2 - \frac{1}{x} = 1 + 3x^2$

IV)  $\frac{2x + 3x^2 - 1}{x} = \frac{2x + 3x^2 - 1}{x} = 2 + 3x - \frac{1}{x} = 1 + 3x$

b) Supongamos que tenemos dos números iguales, digamos  $x = y$ . Decidir si el siguiente razonamiento es verdadero o falso, justificando la elección:

$$\begin{aligned}x &= y \\x^2 &= xy \\x^2 - y^2 &= xy - y^2 \\(x + y)(x - y) &= y(x - y) \\(x + y)\cancel{(x - y)} &= y\cancel{(x - y)} \\x + y &= y \\2y &= y \\2y &= y \\2 &= 1\end{aligned}$$

---

<sup>1</sup>Un *contraejemplo* es un ejemplo que muestra la falsedad de un enunciado.

**Ejercicio 3.** Factorizar las siguientes expresiones:

a)  $x^3 - 5x^2$

c)  $-2x^2 + 4x + 6$

b)  $x^2 - 4$

d)  $x^4 - 16$

**Ejercicio 4.** Simplificar las siguientes expresiones. (Sugerencia: De ser necesario, factorizar el numerador y el denominador previamente )

a)  $\frac{3x^2 - 3x - 6}{6x - 12}$

b)  $\frac{6x - x^3 + x^2}{x^2 - 3x}$

c)  $\frac{x + 1}{x^2 + x}$

**Ejercicio 5.** Resolver las siguientes ecuaciones, indicando previamente para qué valores de  $x$  tienen sentido las expresiones dadas:

a)  $x^3 = 4x$

c)  $\frac{x}{x^2 - 2x} = 2$

b)  $\frac{x^2}{x - 1} = 8$

**Ejercicio 6.** Determinar los valores de  $x$  que satisfacen las siguientes desigualdades:

a)  $x^2 - 4 > 0$

b)  $2x^2 + 2x - 4 < 0$

**Ejercicio 7.** Resolver y graficar el conjunto solución:

a)  $|x - 2| = 5$

d)  $|x + 1| = |x - 1|$

b)  $|x + 1| = -3$

e)  $|x - 2| \leq 4$

c)  $|x - 2| = x + 4$

f)  $|x - 1| < |x - 2|$

**Ejercicio 8.** i) Hallar y representar gráficamente la ecuación de la recta que:

a) Pasa por el punto  $(1, 4)$  y tiene pendiente  $-2$

b) Pasa por los puntos  $(-1, 5)$  y  $(0, -2)$

c) Pasa por el punto  $(0, 2)$  y es paralela a la recta de ecuación  $2x - y - 1 = 0$

d) Pasa por el punto  $(-1, 1)$  y es perpendicular a la recta de ecuación  $8x - 5y + 2 = 0$

ii) Indicar si los puntos  $P(0, 1)$ ,  $Q(-2, 4)$ ,  $R(1, 1)$  pertenecen a la recta dada por la ecuación  $-3x = y + 2$ .

**Ejercicio 9.** Completar cuadrados y determinar los vértices y raíces de cada parábola. Graficar.

a)  $y = x^2 - 6x + 10$

b)  $y = x^2 + 4x + 1$

c)  $y = 2x^2 + \frac{4}{3}x - \frac{25}{9}$

d)  $y = -3x^2 + 12x - \frac{23}{2}$